



Proyecciones de Población de los
municipios de España
2016-2037

*Autores: Francisco Parra Rodríguez
Lorena Campo Moreno*

DOC. Nº 2/2017
ISSN 2444 - 1627
Santander, Cantabria

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN	2
2. METODOLOGÍA ESCALA REGIONAL	2
2.1.- Proyecciones de cada fenómeno demográfico.....	3
2.1.1.- Fecundidad.....	3
2.1.2.- Mortalidad.....	4
2.1.3.- Migraciones exteriores.....	5
2.1.4.- Migraciones interiores.....	6
2.1.5.- Adquisiciones de nacionalidad española.....	7
2.2.- Cálculo Proyecciones para España.....	7
2.3.- Cálculo Proyecciones para Cantabria.....	8
3. METODOLOGÍA ESCALA MUNICIPAL	11
3.1.- Proyecciones de cada fenómeno demográfico a escala municipal.....	11
3.1.1.- Fecundidad.....	11
3.1.2.- Mortalidad.....	12
3.1.3.- Migraciones.....	12
3.1.4.- Procedimiento de estimación de los SalDOS Interiores.....	14
3.2.- Cálculo Proyecciones Municipios.....	22
4. BIBLIOGRAFÍA	24

I. INTRODUCCIÓN

Las proyecciones de población se han definido habitualmente como las "...estimaciones sobre el futuro de una población, deducidas del comportamiento de dicha población en materia de mortalidad, natalidad y de migraciones, o simplemente, de la evolución de su volumen de población o efectivos totales."¹

Estas pueden ser *previsiones* o *perspectivas*, dependiendo de su objetivo, así las primeras tienen como objetivo predecir como van a comportarse los diferentes componentes del crecimiento demográfico a partir de las hipótesis que se consideran más probables, mientras las segundas crean escenarios con la idea de mostrar como se comportarían los diferentes actores en caso de producirse ciertas hipótesis, independientemente de su grado de verosimilitud.

Dada la complejidad de cálculo de las previsiones ya que estas dependen de muchos más parámetros que los estrictamente demográficos, económicos, sociales, etc., las proyecciones para los municipios de Cantabria, cuya metodología se presenta en este documento, son perspectivas demográficas basadas en una simulación del comportamiento de los componentes del crecimiento poblacional, cuyas hipótesis de partida son la permanencia de las tendencias demográficas actuales.

Las proyecciones de población para España, como para las comunidades autónomas y provincias, a 1 de enero de cada año, las realiza periódicamente el Instituto Nacional de Estadística, sin embargo hasta ahora no existía ninguna proyección a escala municipal para Cantabria. Dada la necesidad de contar con estas estimaciones para planificaciones territoriales y debido a la demanda desde diferentes instituciones del Gobierno de Cantabria, el ICANE decidió en 2017 realizarlas para los 102 municipios de la región a partir de las Proyecciones de Población calculadas por el INE para Cantabria 2016-2031. En este documento se presenta la metodología empleada en esta primera aproximación a las proyecciones municipales. Estas tienen como año de partida 2016, siendo el año horizonte 2037, es decir periodo de proyección de 21 años.

2. METODOLOGÍA ESCALA REGIONAL²

Las proyecciones de población para Cantabria de las que parte nuestro estudio son las realizadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE) y que están basadas en el Método de los Componentes, consistente en estimar los diferentes fenómenos responsables de la dinámica demográfica, es decir fecundidad, mortalidad, inmigración y emigración. Para cada uno de ellos se plantea una hipótesis sobre su incidencia futura, de acuerdo con un análisis retrospectivo de los mismos.

En este caso el INE establece hipótesis basadas en tasas específicas de fecundidad por generación, tasas específicas de mortalidad por sexo y generación, tasas específicas por sexo y generación de emigración exterior y de migraciones interiores interprovinciales, así como en flujos de inmigración exterior para cada sexo y generación. Además desde 2014 ha incorporado las adquisiciones de

¹ Reques Velasco, P. (2006): Geodemografía. Fundamentos conceptuales y Metodológicos. Santander, Servicio de Publicaciones, Universidad de Cantabria.

² INE (2016): Proyecciones de la Población de España 2016-2066.
http://www.ine.es/inebaseDYN/propob30278/docs/meto_propob_2016_2066.pdf

nacionalidad española ya que las hipótesis de algunos fenómenos varían dependiendo de la nacional de los individuos.

Las proyecciones a escala provincial se obtienen a partir de las proyecciones calculadas para el conjunto de España.

2.1. Proyecciones de cada fenómeno demográfico

2.1.1. Fecundidad

Para calcular la evolución de la fecundidad de las mujeres que residen en España, para cada año del periodo proyectado, se modeliza el comportamiento de las tasas específicas de fecundidad por edades observadas en los últimos 4 años y se extrapolan de acuerdo con esa modelización, realizándose esta según la nacionalidad de las mujeres.

La modelización se realiza de la serie retrospectiva de las tasas específicas de fecundidad por edad y nacionalidad para el periodo 2012-2015, correspondiente con los Indicadores Demográficos Básicos del INE, estableciendo una evolución logarítmica en el tiempo de las tasas observadas a cada edad x .

De esa estimación se extrae el perfil de crecimiento anual que será aplicado al último periodo observado para hacer que la transición entre este y el proyectado se lo más suave posible. Para obtener las tasas de fecundidad proyectada por año de nacimiento de la madre para cada año del periodo es preciso tener en cuenta las dos edades que dichas mujeres pueden tener a lo largo del año, para ello se asume la hipótesis de distribución uniforme de los cumpleaños de los individuos a lo largo del año de calendario.

Los nacimientos se desagregan por sexo del nacido de acuerdo al ratio de masculinidad al nacimiento proyectada como promedio de dicha proporción en los últimos 10 años.

Para su nacionalidad se considera que los nacidos de madres española son todos españoles, y los de madre extranjera solo serán españoles en una proporción proyectada calculada a partir de la proporción observada entre los nacidos de 2014.

Para estimar las cifras de las provincias se genera una simulación de la intensidad de la fecundidad en cada una de ellas respecto al total nacional, así como la evolución actual de la edad media a la maternidad y el rango intercuartílico de las tasas de fecundidad de cada una de ellas. Se calculan las tasas de fecundidad por edad proyectada para cada provincia para cada año del periodo a corto plazo a partir del modelo *Brass-Gompertz Relational*, siguiendo la metodología propuesta por Zeng, y otros³.

Los pasos para el cálculo de este fenómeno son:

1. Proyección del Indicador de Coyuntura de Fecundidad por provincia y nacionalidad para el periodo 2016-2030. Se calcula a partir del indicador nacional multiplicado por el coeficiente obtenido de la diferencia de intensidad en la fecundidad de cada provincia y nacional con España.
2. Proyección de la Edad Media a la Maternidad por provincia y nacionalidad en el periodo 2016-2030 obtenido a partir de la estimación por mínimos

³ Zeng Yi, Wang Zhenglian, Ma Zhongdong y Chen Chunjun. (2000): "A simple method for projecting or estimating α and β : An extension of the Brass Relational Gompertz Fertility Model", Population Research and Policy Review 19. pp 525-549.

- cuadrados ordinarios de una modelización logarítmica de la evolución observada a lo largo de los últimos 4 años.
3. Proyección del Rango intercuartílico de las tasas específicas de fecundidad por edad, provincia y nacionalidad para el periodo 2016-2030, obtenido a análogamente a partir de la estimación de mínimos cuadrados ordinarios de una modelización logarítmica de la evolución a lo largo de los últimos 4 años. Así en la proyección de cada año es resultado de extrapolar al futuro del rango a partir del modelo.
 4. Cálculo de la tasas de fecundidad por edad, provincia y nacionalidad, proyectadas para cada año del periodo 2016-2030 a partir del modelo *Brass-Gompertz Relational*.

Una vez obtenidas las tasas específicas por edad proyectadas para cada año y cada provincia y nacionalidad, se realiza un proceso de suavizado de medias móviles de orden 5, para introducir el menor ruido posible.

De dicha estimación se extrae el perfil de crecimiento anual que se aplica a partir del último periodo observado, para con ello introducir un factor de corrección que posibilite una transición suave entre este y el primero proyectado.

2.1.2. Mortalidad

La hipótesis de proyección de la mortalidad no distingue parámetros entre españoles y extranjeros, consecuencia del bajo número de defunciones del segundo colectivo, lo que hace que nos encontremos con valores escasos e incluso nulos al desagregar por sexo, edad y provincia.

La proyección de la incidencia de la mortalidad en España se realiza a partir de la extrapolación de las tendencias observadas de la probabilidad de muerte en cada edad, de acuerdo a una modelización exponencial de las trayectorias suavizadas en función del tiempo.

Los pasos para el cálculo de este fenómeno son:

1. Obtención de los riesgos de muerte $q_{s,x}$, para cada edad x y sexo S , observados en el periodo 2006-2014 correspondientes a las tablas de mortalidad del INE calculadas a partir de cifras provisionales de defunciones del año 2015. Estos se suavizan mediante medias móviles de orden 5 para cada edad y sexo a lo largo del periodo de observación 2006-2015, ya que la mortalidad suele presentar marcadas fluctuaciones anuales.
2. Establecer la evolución exponencial en el tiempo de los riesgos de muerte en cada edad x , por sexos.
3. Doble proceso de suavizado por medias móviles de orden 5 para paliar las fuertes oscilaciones de la mortalidad entre edades consecutivas. No se aplica a la mortalidad infantil.
4. Se deducen los valores de los riesgos de muerte por sexo y edad, para cada uno de los años del periodo 2016-2065.
5. Se derivan las restantes funciones biométricas de la tabla de mortalidad completa, siendo las tasas de mortalidad por generación el elemento utilizado para el futuro cálculo de supervivientes por sexo y edad.

Para el cálculo de las proyecciones de mortalidad a escala provincial se sigue el método de los *logits de Brass*

Los pasos para el cálculo de este fenómeno a escala provincial son:

1. A partir de la serie de supervivencia por edad x y sexo S se las tablas de mortalidad anuales de cada provincia y de España desde 2003 a 2012, se

- aplica una transformación a la función de supervivientes para calcular los *logits* de cada provincia y de España.
2. Se ajusta un modelo lineal que relaciona la serie de supervivientes de cada provincia con la del total nacional y dos parámetros alfa y beta. Se emplean los valores de las series que van de los 40 a los 95 años debido a la gran inestabilidad en los primeros años de vida. Esta va corrigiendo al aumentar la edad y crecer el tamaño de la población.
 3. Se establece una evolución logarítmica de los parámetros alfa y beta en cada provincia y sexo en función del tiempo que se estima por mínimos cuadrados ordinarios, que permite derivarlos para todo el periodo proyectado.
 4. Se calculan los logit proyectados para cada provincia, sexo y edad a partir de la estimación alfa y beta, y del logit de los supervivientes por sexo y edad proyectada para el total nacional.
 5. Se construyen las tablas de mortalidad proyectadas por sexo, edad y provincia, para cada año t del periodo proyectivo 2016-2030.

Para desagregar las cifras de defunciones proyectadas por sexo y edad, se aplica un factor de defunciones que determina como se reparten de una generación entre las edades que la constituyen. Este factor, es el cociente de las defunciones del triángulo inferior del paralelogramo de la generación que se trate en el año t entre las defunciones del paralelogramo de la generación en cuestión del año t para todas las de edades de 1 a 98 años. La mortalidad infantil se identifica con 1 ya que es una única generación, y para el grupo abierto de 100 años y más el factor de reparto está referido a la edad 99 años de manera que el denominador incluye a los individuos de 99 años de la otra generación.

2.1.3. Migraciones exteriores

Inmigración exterior

Las hipótesis de inmigración exterior distinguen entre las entradas de la población extranjera y española, ya que se trata de movimientos con una naturaleza y dinámica bien distintas.

Para ello se tiene en cuenta los flujos proyectados para cada año del periodo proyectado por sexo, generación y nacionalidad. En el caso de las provincias se tienen en cuenta los 15 primeros años.

La intensidad de la inmigración global separada por nacional española y extranjera, se obtiene de los datos provisionales del año 2015 de la Estadística de Migraciones del INE, manteniéndola constante a lo largo de todo el periodo. Los flujos se desagregan por sexo, generación y provincia en un promedio de los últimos cinco años (2011-2015), evitando así la variabilidad anual. Se obtiene una proyección para España de 50 años y provincial de 15 años.

La proyección del flujo de entrada por nacionalidad corresponde a una hipótesis constante en cada año del periodo proyectivo.

Para la distribución por sexo se realiza según el promedio de las proporciones por sexo y se distribuyen territorialmente de acuerdo al porcentaje por provincias obtenido de la Estadística de Migraciones durante los últimos años, manteniéndose las distribuciones constantes en todo el periodo.

El reparto generacional de los flujos por sexo y nacionalidad, se realiza aplicando un perfil generacional suavizado a cada uno de ellos, obtenido partir de los datos observados en los últimos años de la estadística base y manteniéndose constante

en el tiempo. Para las generaciones de 85 y más años a 31 de diciembre de cada año se les asigna un promedio de la estructura de dicha generación observada en el periodo 2011-2015.

Para evitar comportamientos aleatorios o de carácter coyuntural se realiza un suavizado en los el rango de generaciones. De esta manera además se recoge el comportamiento diferencial de cada territorio en cuanto a la composición por generaciones del flujo inmigratorio.

Emigración exterior

Al igual que con la inmigración exterior en las proyecciones de los movimientos hacia fuera de España se diferencia por la nacionalidad de los individuos.

Se calculan para ello las tasas de emigración por generación, sexo y nacional para cada año del periodo proyectivo, así como las tasas por generación para cada sexo y nacionalidad por provincia.

Para proyectar las tasas, que se mantendrán constantes a lo largo de todo el periodo, los componentes utilizados son la intensidad de la emigración del año corriente (índice sintético), diferencial por sexos y distribución por generaciones, todos ellos provenientes de los resultados de la Estadística de Migraciones de los últimos cinco años (2011-2015). Para las tasas provinciales además de estos tres factores se añade un diferencial provincial.

El proceso consiste en calcular la intensidad de la emigración exterior para cada nacionalidad a partir del Índice Sintético de Emigración Externo (ISE), calculado como la suma de las tasas específicas por generación para cada nacionalidad. Estas se obtienen con los flujos emigratorios externos de 2015.

El diferencial por sexo se obtiene del cociente del Índice Sintético de Emigraciones Exterior para cada sexo y nacionalidad (suma del promedio de las tasas específicas por sexo y nacionalidad), entre el Índice Sintético de Emigración Exterior para cada nacionalidad (suma del promedio de las tasas específicas por nacionalidad).

En cuanto al diferencial provincial calculado para los primeros 15 años, se obtiene a partir del observado en los últimos años (2011-2015) en los flujos migratorios de la Estadística de Migraciones. Se calcula así el Índice Sintético de Emigración de la provincia por sexo y nacionalidad de cada provincia y el Índice Sintético de Emigración por nacionalidad.

El calendario por generación se proyecta para cada sexo y nacionalidad obteniendo las tasas específicas de emigración al extranjero por edad a 31 de diciembre como promedio de las de cada año del periodo 2011-2015. Estas se hacen constantes a partir de los 85 años y más, asignándoles este promedio a todas las edades. El calendario es resultado de dividir esa tasas específicas entre la suma de todas ellas. Finalmente se realiza un suavizado consistente en un triple proceso de medias móviles de cinco generaciones consecutivas.

2.1.4. Migraciones interiores

La migración interior, movimientos interprovinciales en España, se realiza diferenciando los protagonizados por españoles y extranjeros, ya que presentan comportamientos distintos. Para proyectar la población a nivel provincial es necesario conocer las tasas específicas de migraciones internas por generación y para cada sexo y nacionalidad desde una provincia a otra y para cada año del

periodo. Estas tasas se proyectan constante y se obtienen como producto de cuatro factores, la intensidad de la emigración al resto del país en cada nacionalidad desde una provincia para un año cuantificada en el Índice Sintético de Emigración Interior de dicha provincia, un diferencia por sexo de dicha intensidad, el calendario por generación de emigración al resto de España y un coeficiente de reparto según la provincia de destino.

Para la simulación de la intensidad emigratoria al resto del país para cada nacionalidad, ambos sexos y año del periodo se mide por el Índice Sintético de Emigración Interior (ISEInt), calculado como la suma de las tasas específicas por generación para cada nacionalidad y provincia de origen estimadas según los datos de la Estadística de Migraciones 2015. Al mismo tiempo se obtienen los calendarios provinciales a partir de tasas provinciales promedio de los años 2011-2015.

El diferencia por sexos se proyecta para cada nacionalidad por el cociente entre el ISEInt por sexo nacionalidad y provincia y el ISEInt por nacionalidad y provincia.

El calendario por generación proyectado para cada sexo de los residente en cada provincia es el resultado del cociente entre las tasas específicas de emigración al resto de España por edad a 31 de diciembre entre la suma de todas ellas (ISEInt). A las tasas a partir de los 85 años y más años las tasas se hacen constantes asignándoles el promedio de dichas tasas a todas ellas. Finalmente se suaviza el calendario mediante un triple proceso de medias móviles de cinco generaciones consecutivas.

El reparto por provincia se realiza por un coeficiente obtenido como cociente entre las tasas de emigración interior de origen-destino para cada año de nacimiento, sexo y nacionalidad, y las tasas de emigración interior para cada año de nacimiento, sexo nacionalidad y provincia origen.

2.1.5. Adquisiciones de nacionalidad española

Las nacionalizaciones se incluyen en las proyecciones mediante las tasas por generación de cada sexo por año del periodo proyectado. El cálculo de estas sigue un procedimiento análogo al de la emigración exterior, estimándose la intensidad a partir de los datos mensuales de adquisiciones de nacionalidad del Registro Civil del último año móvil. El diferencial por sexo, calendario por generación y el diferencial provincial para los primeros años, están basados en el promedio de los datos de la Estadística de Adquisiciones de Nacionalidad Española de Residentes para los años 2013-2015.

2.2. Cálculo Proyecciones para España

Partiendo de la población residente en España a 1 de enero de un año determinado la proyección de población se calcula a partir de las siguientes expresiones:

Total de Población ($P_{s,x+1}^{1+t}$)

$$P_{s,x+1}^{1+t} = \frac{[1 - 0,5 \cdot (m_{s,x}^t + e_{s,x}^t)] \cdot P_{s,x}^t + IM_{s,x}^t}{[1 + 0,5 \cdot (m_{s,x}^t + e_{s,x}^t)]}$$

$m_{s,x}^t$ Tasa de mortalidad en el año t de la generación de individuos de sexo S y edad x a 1 de enero del año t.

$e_{s,x}^t$ Tasa de emigración exterior en el año t de la generación de individuos de sexo S y edad x a 1 de enero del año t.

Nacidos durante el año en curso t ($P_{s,0}^{1+t}$)

$$P_{s,0}^{1+t} = \frac{[1 - 0,5 \cdot (m_{s,-1}^t + e_{s,-1}^t)] \cdot N_s^t + IM_{s,-1}^t}{[1 + 0,5 \cdot (m_{s,-1}^t + e_{s,-1}^t)]}$$

$m_{s,-1}^t$ Tasa de mortalidad en el año t de la generación de individuos de sexo S nacidos durante el año t.

$e_{s,-1}^t$ Tasa de emigración exterior en el año t de la generación de individuos de sexo S y nacidos durante el año t.

$$N_s^t \text{ Nacidos en España durante el año t. } N_s^t = r \cdot \sum_{x=14}^{49} \left(\frac{P_{M,x}^t + P_{M,x+1}^{t+1}}{2} \right) \cdot f_x^t$$

r Ratio de masculinidad al nacimiento.

$P_{M,x}^t$ Población de mujeres de edad x a 1 de enero del año t

f_x^t Tasa de fecundidad de la generación de mujeres que tienen edad x a 1 de enero del año t

$IM_{s,-1}^t$ Flujo de inmigración del extranjero de nacidos de sexo S en el año t.

Grupos de edad abierto de 100 o más ($P_{s,100+}^{1+t}$)

$$P_{s,100+}^{1+t} = \frac{[1 - 0,5 \cdot (m_{s,99+}^t + e_{s,99+}^t)] \cdot (P_{s,99}^t + P_{s,100+}^t) + IM_{s,99+}^t}{[1 + 0,5 \cdot (m_{s,99+}^t + e_{s,99+}^t)]}$$

$P_{s,99}^t$ Población residente de sexo S y edad 99 años a 1 de enero del año t

$P_{s,100+}^t$ Población residente de sexo S y de 100 o más años a 1 de enero del año t

$m_{s,99+}^t$ Tasa de mortalidad de la generación de sexo S de 99 y + a 1 de enero del año t

$e_{s,99+}^t$ Tasa de emigración exterior de la generación de sexos S de 99 o más años a 1 de enero del año t.

$IM_{s,99+}^t$ Flujo de inmigración procedente del extranjero de individuos de sexo S y edad 99 o + a 1 de enero del año t

2.3. Cálculo Proyecciones para Cantabria

Para cada provincia de las 52 provincias españolas (h), la proyección se realiza mediante la resolución de un sistema de 52 ecuaciones y 52 incógnitas para cada sexo y generación.

Total de Población en la provincia h ($P_{h,S,x+1}^{1+t}$)

$$P_{h,S,x+1}^{1+t} = \frac{[1-0,5(m_{h,S,x}^t + e_{h,S,x}^t)] \cdot P_{h,S,x}^t + IM_{h,S,x}^t + \sum_{k \neq h} e_{s,x,k,h}^t \cdot \left(\frac{P_{k,S,x}^t + P_{k,S,x+1}^{t+1}}{2} \right) - \sum_{k \neq h} e_{s,x,h,k}^t \cdot \left(\frac{P_{h,S,x}^t + P_{h,S,x+1}^{t+1}}{2} \right)}{[1+0,5(m_{h,S,x}^t + e_{h,S,x}^t)]}$$

$m_{h,S,x}^t$ Tasa de mortalidad en el año t de los individuos de la provincia h, sexo S y edad x a 1 de enero del año t.

$e_{h,S,x}^t$ Tasa de emigración exterior en el año t de los individuos de la provincia h de sexo S y edad x a 1 de enero del año t.

$IM_{h,S,x}^t$ Flujo de inmigración procedente del extranjero que llega a h en el año t de los individuos de sexo S y edad x a 1 de enero del año t.

$e_{s,x,h,k}^t$ Tasa de emigración de la provincia h a la k de individuos de sexo S y edad x a 1 de enero del año t.

Nacidos durante el año en curso t en la provincia h ($P_{h,S,0}^{1+t}$)

$$P_{h,S,0}^{1+t} = \frac{[1-0,5(m_{h,S,-1}^t + e_{h,S,-1}^t)] \cdot N_{h,S}^t + IM_{h,S,-1}^t + \sum_{k \neq h} e_{s,-1,k,h}^t \cdot \left(\frac{N_{k,S}^t + N_{k,S,0}^{t+1}}{2} \right) - \sum_{k \neq h} e_{s,-1,h,k}^t \cdot \left(\frac{N_{h,S}^t + N_{h,S,0}^{t+1}}{2} \right)}{[1+0,5(m_{h,S,-1}^t + e_{h,S,-1}^t)]}$$

$m_{h,S,-1}^t$ Tasa de mortalidad en el año t de de los residentes de sexo S en la provincia h nacidos durante dicho año.

$e_{h,S,-1}^t$ Tasa de emigración exterior en el año t de residentes de la provincia h de sexo S nacidos durante el año t.

$IM_{h,S,-1}^t$ Flujo de inmigración procedente del extranjero que llega a h en el año t de los individuos de sexo S nacidos el año t

$e_{s,-1,h,k}^t$ Tasa de emigración de la provincia h a la k durante t de individuos de sexo S nacidos a lo largo del año t.

$N_{h,S}^t$ Nacidos en la provincia h durante el año t.
$$N_{h,S}^t = r \cdot \sum_{x=14}^{49} \left(\frac{P_{h,M,x}^t + P_{h,M,x+1}^{t+1}}{2} \right) \cdot f_{h,x}^t$$

r Ratio de masculinidad al nacimiento

$P_{h,M,x}^t$ Población de mujeres de la provincia h de edad x a 1 de enero del año t

f_{hx}^t Tasa de fecundidad de las mujeres de h que tienen edad x a 1 de enero del año t

Grupos de edad abierto de 100 o más de la provincia h ($P_{s,100+}^{1+t}$)

$$P_{h,s,100+}^{1+t} = \frac{[1 - 0,5 \cdot (m_{h,s,99+}^t + e_{h,s,99+}^t)] \cdot (P_{h,s,99}^t + P_{h,s,100+}^t) + IM_{h,s,99+}^t}{[1 + 0,5 \cdot (m_{h,s,99+}^t + e_{h,s,99+}^t)]} + \frac{\sum_{k \neq h} e_{s,99+k,h}^t \cdot \left(\frac{P_{k,s,99}^t + P_{k,s,100+}^t + P_{k,s,100+}^{t+1}}{2} \right) - \sum_{k \neq h} e_{s,99,h,k}^t \cdot \left(\frac{P_{h,s,99}^t + P_{h,s,100+}^t + P_{h,s,x+1}^{t+1}}{2} \right)}{[1 + 0,5 \cdot (m_{h,s,99+}^t + e_{h,s,99+}^t)]}$$

$P_{h,s,99}^t$ Población residente en la provincia h de sexo S y edad 99 años a 1 de enero del año t

$P_{h,s,100+}^t$ Población residente en h de sexo S y de 100 o más años a 1 de enero del año t

$m_{h,s,99+}^t$ Tasa de mortalidad en el año t de los individuos de sexo S de la provincia h de la generación que tiene 99 o más años a 1 de enero del año t

$e_{h,s,99+}^t$ Tasa de emigración exterior en el año t de los individuos de sexo S residentes en h de de 99 o más años a 1 de enero del año t.

$IM_{h,s,99+}^t$ Flujo de inmigración procedente del extranjero durante t en la provincia h de individuos de sexo S y edad 99 o + a 1 de enero del año t

$e_{s,99+,h,k}^t$ Tasa de emigración de la provincia h a la k de individuos de sexo S y edad 99 o más años a 1 de enero del año t.

En toda la formulación anterior se tiene en cuenta la nacionalidad de los residentes, desdoblando los cálculos en los que se tiene en cuanto las adquisiciones de nacionalidad española. Primero a la proyección de población extranjera de edades mayores que 0 a 1 de enero del año t+1 se añaden con signo negativo las tasas de adquisición de nacionalidad. Para el cálculo de nacimientos de extranjeros se contabiliza aquellos nacidos de madre extranjera a partir de una proporción proyectada, con ello se proyecta la población extranjera de 0 a 1 años del año t+1. Se calculan las adquisiciones de nacionalidad española, para cada sexo S y edad x a 1 de enero del año t a partir de la población proyectada de extranjeros anterior y se añaden a la proyección de población de población de más de 1 año en adelante. En este punto se calculan los nacidos españoles y se proyecta la población española menos de 1 años del año t+1.

Una vez realizados estos procesos se calculan las cifras por edad de cada fenómeno demográfico bajo la hipótesis de distribución uniforme entre las edades exactas que los individuos de cada generación tendrán en algún momento del año.

3. METODOLOGÍA ESCALA MUNICIPAL

Una vez que se cuentan con las hipótesis y resultados para la comunidad autónoma de Cantabria, planteamos a partir de ellos estimar las proyecciones para cada uno de los 102 municipios de Cantabria.

Para este cálculo se ha optado en un primer momento por realizar una proyección consistente en aplicar el modelo multirregional del INE para Cantabria al fichero de entrada municipal, configurando para ello los parámetros necesarios.

Este modelo da como resultados las cifras de población proyectada por sexo, año de nacimiento, edad y estima las cifras de nacimientos, defunciones y movimientos migratorios para cada año del periodo proyectado, cada sexo y generación, siendo en este caso coherente con los flujos y stocks totales.

3.1. Proyecciones de cada fenómeno demográfico a escala municipal

3.1.1. Fecundidad

A partir de las cifras estimadas de nacimientos para toda Cantabria por sexo del nacido y generación de la madre, se obtienen las tasas de fecundidad para cada uno de los sexos y generación de la madre, calculada como el cociente del número de nacidos estimado cada año y sexo, respecto a la población de mujeres proyectada para cada año y generación.

$$f_{h,x}^t = \frac{N_{h,s}^t}{P_{h,s,x}^t}$$

$P_{h,s,x}^t$ Población de mujeres proyectada de la provincia h (Cantabria) de edad x a 1 de enero del año t.

$N_{h,s}^t$ Nacidos de las mujeres proyectadas en la provincia h (Cantabria) que tienen edad x a 1 de enero del año t.

Para obtener los nacidos estimados en cada municipio se aplica cada tasa de fecundidad obtenida por sexo y generación de la madre, a las cifras de población de mujeres residentes por sexo y año de nacimiento comenzando con la cifra del Padrón Municipal de Habitantes a 1 de enero de 2016.

$$N_{mu}^t = \sum_{mu} f_{h,x}^t \cdot P_{mu,s,x}^t$$

$f_{h,x}^t$ Tasa específica de fecundidad de mujeres de la provincia h (Cantabria) de edad x a 1 de enero del año t.

$P_{mu,s,x}^t$ Población residentes en el municipio i de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

Ya que la proyección INE para la región llega hasta 2030, y las necesidades de varios organismos del gobierno de Cantabria requerían ampliar el horizonte hasta 2037, para calcular la tasa de fecundidad desde 2031 en adelante se procedió a calcular una tendencia lineal para cada sexo y generación de la madre, consistente

en ajustar una recta, calculada con el método de mínimos cuadrados, en donde las variables a explicar son las tasas de fecundidad de 2016 a 2030 y la explicativa es un índice temporal correspondiente a los años 2016 y 2030.

$$f_{h,x}^t = a + \beta_t + e^t$$

$f_{h,x}^t$ Tasa específica de fecundidad de mujeres de la provincia h (Cantabria) de edad x a 1 de enero del año t.

e^t Error aleatorio manualmente distribuido.

3.1.2. Mortalidad

Con las defunciones estimadas para Cantabria por sexo y generación, se obtienen las tasas específicas de mortalidad para cada uno de los sexos y generación, calculadas como el cociente del número de defunciones estimado cada año y sexo, respecto a la población proyectada para cada año y generación.

$$m_{h,s,x}^t = \frac{D_{h,s,x}^t}{P_{h,s,x}^t}$$

$P_{h,s,x}^t$ Población proyectada de la provincia h (Cantabria) del sexo s y de edad x a 1 de enero del año t.

$D_{h,s,x}^t$ Defunciones proyectadas en la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

Para obtener los defunciones estimados en cada municipio por sexo y generación, se aplica cada tasa específica de mortalidad a las cifras de población de residentes por sexo y año de nacimiento comenzando con la cifra del Padrón Municipal de Habitantes a 1 de enero de 2016.

$$D_{mu,s,x}^t = m_{h,s,x}^t \cdot P_{mu,s,x}^t$$

$m_{h,s,x}^t$ Tasa de mortalidad de la provincia h (Cantabria) de personas de edad x a 1 de enero del año t.

$P_{mu,s,x}^t$ Población residentes en el municipio i de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

Al igual que con las tasas de fecundidad, las de mortalidad desde 2031 se calculan mediante una tendencia lineal para cada sexo y generación.

$$m_{h,s,x}^t = a + \beta_t + e^t$$

3.1.3. Migraciones

A partir de los movimientos migratorios proyectados se calcula la Tasa de Migración de Cantabria para cada generación y sexo. Para calcular dicha tasa se obtienen los saldos de migración para cada sexo y generación sumando por un lado las

migraciones internas con las inmigraciones externas, y por otro lado sumando las emigraciones hacia el resto de España con aquellas con destino al extranjero.

$$SM_{h,s,x}^t = IM_{h,s,x}^t - EM_{h,s,x}^t = (II_{h,s,x}^t + EI_{h,s,x}^t) - (IE_{h,s,x}^t + EE_{h,s,x}^t)$$

$IM_{h,s,x}^t$ Inmigración total a la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

$EM_{h,s,x}^t$ Emigración total desde la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

$II_{h,s,x}^t$ Inmigración interna a la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

$EI_{h,s,x}^t$ Emigración interna desde la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

$IE_{h,s,x}^t$ Inmigración externa a la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

$EE_{h,s,x}^t$ Emigración externa desde la provincia h (Cantabria) de sexo s que tienen edad x a 1 de enero del año t.

Con el saldo se calcula las tasas específicas de migración como el cociente de este respecto a la población proyectada para cada generación por sexo.

Una vez calculado la tasa de migración para cada sexo y generación, se obtiene el saldo de cada municipio aplicando dichas tasas a la población por sexo y año de nacimiento procedente del padrón municipal de habitantes a 1 de enero 2016.

$$mi_{h,s,x}^t = \frac{SM_{h,s}^t}{P_{h,s,x}^t}$$

$SM_{h,s}^t$ Saldo migratorio total de la provincia h (Cantabria) del sexo s y de edad x a 1 de enero del año t.

$P_{h,s,x}^t$ Población proyectada de la provincia h (Cantabria) del sexo s y de edad x a 1 de enero del año t.

Con las tasas calculadas se obtienen los saldos migratorios de cada municipio aplicándolas a la población residente comenzando con la de 1 de enero de 2016 en cada municipio.

$$M_{mu,s,x}^t = mi_{h,s,x}^t \cdot P_{mu,s,x}^t$$

$mi_{h,s,x}^t$ Tasa de migraciones de la provincia h (Cantabria) para personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

$P_{mu,s,x}^t$ Población residentes en el municipio i de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

Esta primera aproximación a las migraciones presenta un problema que obvia una dinámica ya conocida, los cambios de residencia entre municipios de la región. Estos flujos que ofrece la estadística de variaciones residenciales, establecen una distribución territorial de la inmigración y la emigración muy desigual, por ello a partir del estudio de los movimientos de los últimos años se ha pretendido afinar las proyecciones de los municipios con un proceso propio de cálculo.

3.1.4. Procedimiento de estimación de los SalDOS Interiores

Modelo exponencial y logístico

Una población para las Ciencias Sociales⁴ es un grupo de organismos de la misma especie, que habitan un lugar determinado, en el cual utilizan recursos y se reproducen. Este grupo de organismos está caracterizado por una serie de propiedades que son propias.

Son propiedades de una población la densidad, la tasa de crecimiento, las tasas de mortalidad y natalidad, la emigración y la inmigración, la distribución espacial, la distribución por sexo, por edades, etc.

Si denotamos por b y d las tasas de natalidad (inmigración) y mortalidad (emigración), respectivamente.

La expresión de b y d en función del número total (N) de individuos del grupo y de un periodo de tiempo Δ_t es:

Número de nacimientos $N_b = b \Delta_t N$

Número de muertes $N_d = d \Delta_t N$

En consecuencia la tasa de natalidad y mortalidad serán:

$$b = \frac{N_b}{\Delta_t N}$$

$$d = \frac{N_d}{\Delta_t N}$$

Si queremos modelar el comportamiento del número de individuos de una población, con el objetivo de estimar cuantos individuos se esperan que compongan la población en un instante de tiempo determinado, teniendo presente los individuos nacen y se mueren, bastaría:

$$N_{t+\Delta_t} = N_t + b \cdot N_t \cdot \Delta_t - N_t + d \cdot N_t \cdot \Delta_t$$

De donde se deduce que el modelo matemático es:

$$N_t' = (b - d) \cdot N_t$$

Es decir que el número de individuos es la solución de una ecuación diferencial ordinaria de tipo lineal. Dicha ecuación se complementa con una condición inicial,

⁴GÓMEZ, M. (2007): Métodos Matemáticos para las Ciencias de la Salud. Curso 2007/08.

que corresponde al número de individuos que hay en el instante en que se empieza a estudiar, habitualmente este instante se representa por 0, es decir, N_0 .

Desde el punto de vista matemático se trata de un problema de Cauchy, donde la ecuación del sistema es una ecuación diferencial ordinaria de orden uno de tipo lineal homogénea. Al complementarla con la condición inicial se obtiene una única solución, que es:

$$N_t = N_0 \cdot e^{(b-d)t}$$

Utilizando ahora la tasa de crecimiento de la población $r=b-d$:

$$N_t = N_0 \cdot e^{rt}$$

Por tanto, si

$r > 0$, la población crece.

$r < 0$, la población decrece.

$r = 0$, la población permanece constante.

El modelo exponencial es un modelo de crecimiento teórico. De alguna manera, la propia densidad de la población debe ejercer un efecto sobre el crecimiento de la misma. Esta idea generó el segundo modelo clásico de crecimiento de poblaciones que es el llamado modelo logístico⁵.

El modelo logístico relaciona la tasa de intrínseca de crecimiento con el número de individuos N de forma lineal. La dinámica nos dice que cuando todos los recursos están disponibles y existan pocos individuos, la tasa intrínseca es máxima. A medida que el tamaño de la población crece, los recursos disminuyen proporcionalmente. El número de individuos N debe llegar necesariamente a un límite cuando la natalidad (emigración) y la mortalidad (inmigración) estén compensadas. El valor de N cuando la tasa intrínseca de crecimiento sea cero se denomina capacidad del medio y se simboliza por K .

El modelo logístico relaciona la tasa de intrínseca de crecimiento con el número de individuos N de forma lineal. La dinámica nos dice que cuando todos los recursos están disponibles y existan pocos individuos, la tasa intrínseca es máxima. A medida que el tamaño de la población crece, los recursos disminuyen proporcionalmente. El número de individuos N debe llegar necesariamente a un límite cuando la natalidad (inmigración) y la mortalidad (emigración) estén compensadas. El valor de N cuando la tasa intrínseca de crecimiento sea cero se denomina capacidad del medio y se simboliza por K .

$$N_{t+\Delta t} = N_t + r \cdot N_t \cdot \Delta t - \text{"efectos del medio"} \cdot N_t \cdot \Delta t$$

Para determinar los efectos del medio, tenemos en cuenta que:

- Cuando N_t está muy cerca de K la variación de la población está muy cerca de cero.

⁵ GÓMEZ, M. (2007): Métodos Matemáticos para las Ciencias de la Salud. Curso 2007/08.

- Cuando N_t es muy pequeño frente a K , la variación de la población sólo se debe a los nacimientos y muertes, y en consecuencia el comportamiento debe ser de nuevo de tipo exponencial.

Esto nos lleva a determinar la variación, que podemos escribir como:

$$N_{t+\Delta t} = N_t + r \cdot N_t \cdot \Delta t - r \cdot \frac{N_t}{K} \cdot \Delta t$$

De donde se deduce que el modelo matemático:

$$N_t' = r \cdot N_t \cdot \left(1 - \frac{N_t}{K}\right)$$

En este modelo hay que recordar que el número de individuos que hay en la población en cada instante de tiempo debe ser un valor entre **0 y K**, ya que si es menor o igual que cero no hay población, y no puede ser mayor que **K** por que sólo hay recursos para a lo más **K** individuos.

Estimación de un modelo logístico para los saldos municipales interiores en Cantabria: La ecuación Verhulst

La ecuación de Verhulst es una clásica aplicación de la ecuación logística a un modelo común del crecimiento poblacional según el cual:

- 1) La tasa de reproducción es proporcional a la población existente.
- 2) La tasa de reproducción es proporcional a la cantidad de recursos disponibles.

Si P representa el tamaño de la población y t representa el tiempo, este modelo queda formalizado por la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

donde la constante r define la tasa de crecimiento y K es la capacidad de persistencia.

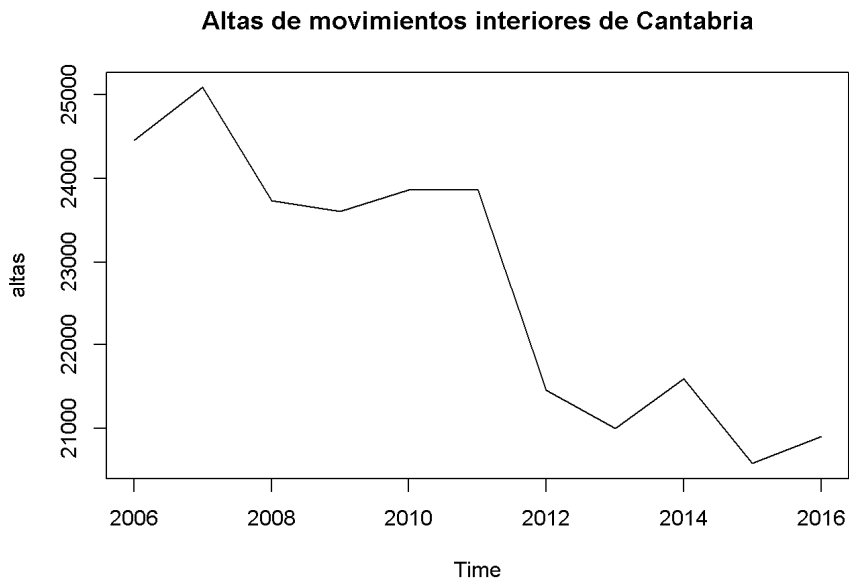
La solución general a esta ecuación es una función logística:

$$P_t = \frac{K P_0 \cdot e^{r_0 t}}{K + P_0 \cdot (e^{r_0 t} - 1)}$$

En nuestro caso:

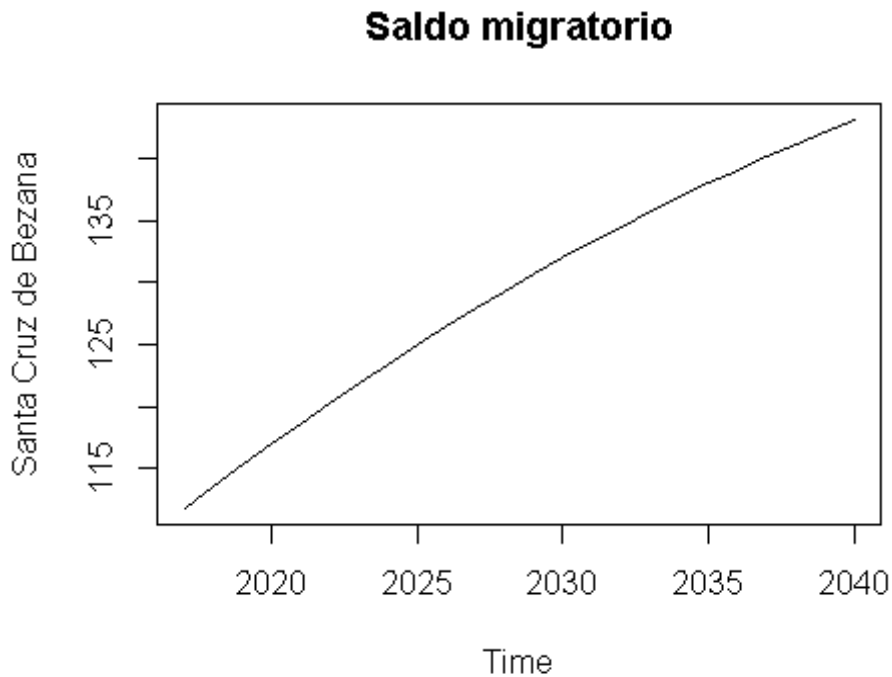
- P_0 es el saldo de migraciones internas de 2016
- K es el saldo medio alcanzado en el periodo 2010-2016.
- r_0 es la media del crecimiento anual del saldo entre 2011 y 2016.

En Cantabria los movimientos migratorios interiores presentan el siguiente perfil temporal:



La reducción de los movimientos migratorios interiores desde el “boom inmobiliario” de comienzos del los 60 hasta el presente ha sido notoria. Las perspectivas sobre el sector, dado el número de viviendas vacías, permiten presuponer que el saldo medio alcanzado en el periodo 2010-2016, difícilmente se vaya a alcanzar.

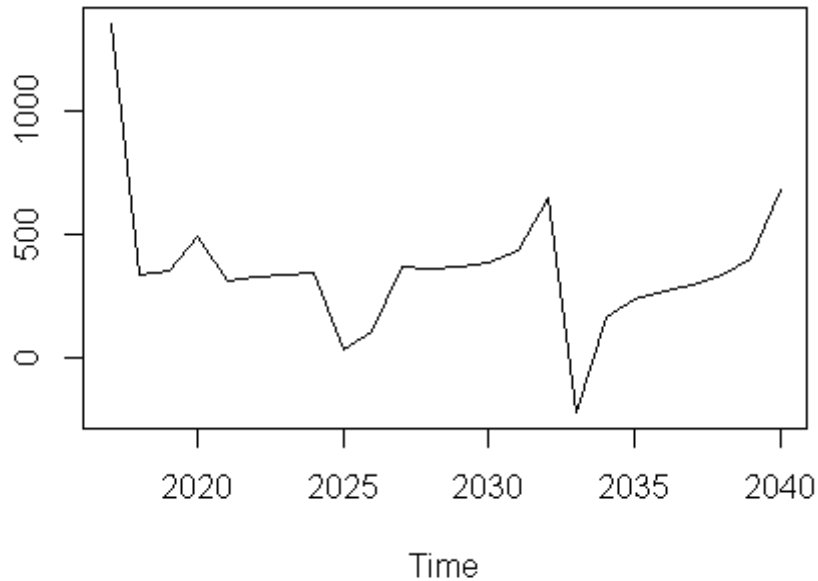
Para el municipio de Santa Cruz de Bezana los Saldos interiores estimados por este procedimiento serían:



Calibrado

La estimación de los saldos al realizarse en cada uno de los municipios, lógicamente no garantiza que la suma de ellos sea cero:

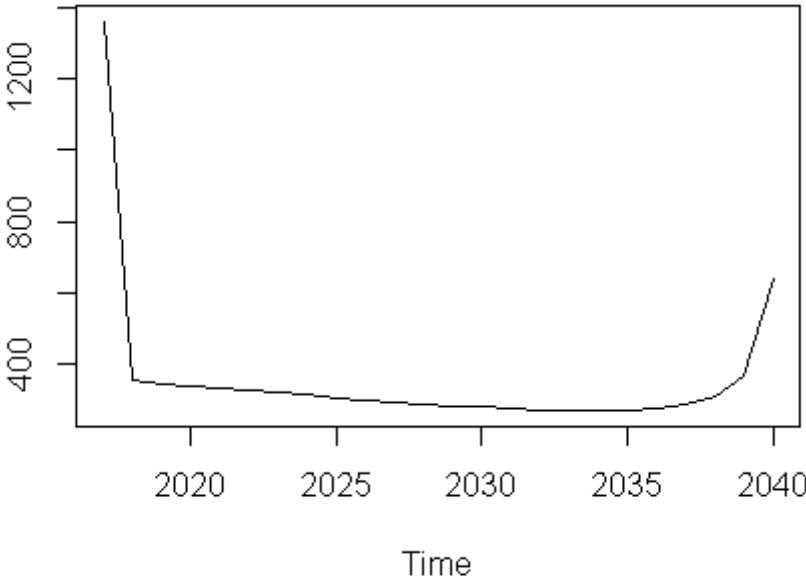
Saldos de movimientos interiores de Cantabria



La ecuación Verhulst puede presentar indeterminaciones en el tiempo, estas indeterminaciones ocurren cuando el denominador $K + P_0 \cdot (e^{r_0 t} - 1)$ está próximo a cero. Para evitar este problema se ha procedido a obtener un suavizado de la trayectoria a partir de un spline cúbico.

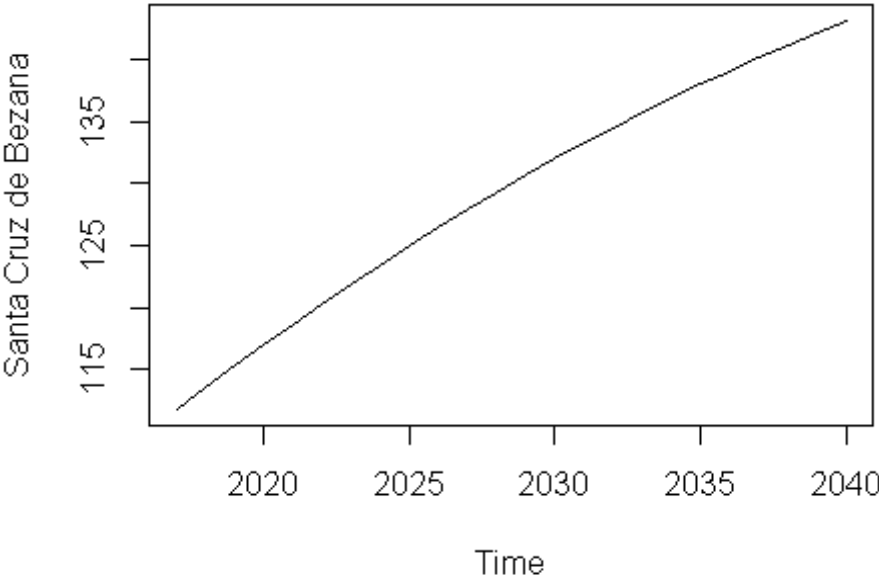
Los saldos interiores, aun siendo positivos, presentan ahora un perfil más suavizado.

Saldos de movimientos interiores de Cantabria



Para el municipio de Santa Cruz de Bezana los Saldos interiores estimados suavizados por este procedimiento serían:

Saldo migratorio suavizado



Para, conseguir que los saldos sean cero se ha realizado un calibrado a la matriz de $i=24$ periodos y $j=102$ municipios que asegure la igualdad de saldos positivos ($SI_{i,j}^+$) y negativos ($SI_{i,j}^-$):

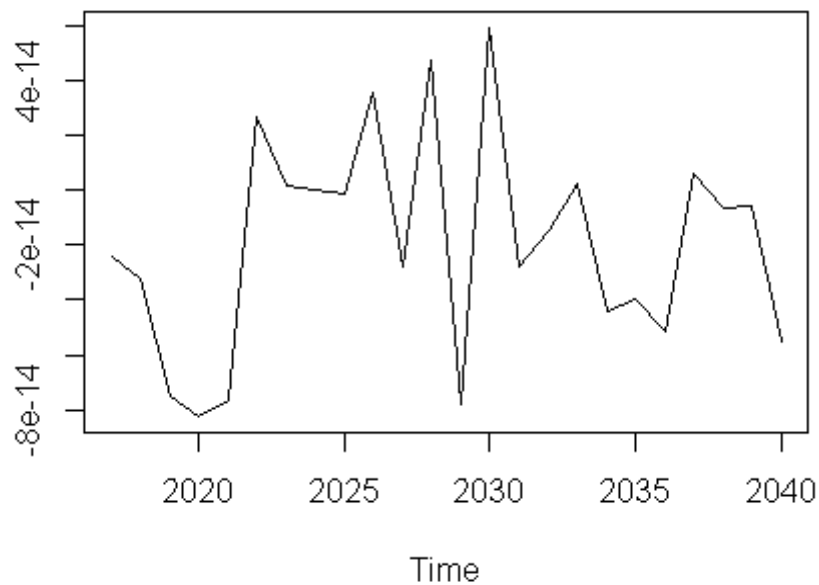
$$\sum_{j=1}^{102} \frac{(\alpha_i SI_{i,j}^+ + SI_{i,j}^+)}{2} = \sum_{j=1}^{102} \frac{\left(\frac{SI_{i,j}^-}{\alpha_i} + SI_{i,j}^- \right)}{2}$$

siendo:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^{102} SI_{i,j}^-}{\sum_{j=1}^{102} SI_{i,j}^+}$$

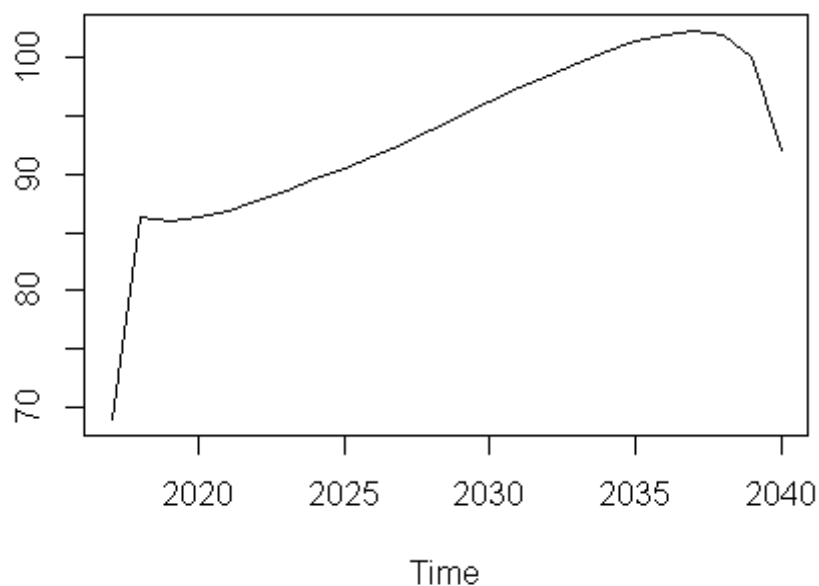
Una vez corregidos los saldos de cada municipio y año por el factor α_i y obtenidos los promedios de saldos negativos y positivos en cada municipio, se comprueba que el saldo interior de Cantabria de cada año se aproxima a cero:

Saldos de movimientos interiores de Cantabria



El saldo suavizado y calibrado de Santa Cruz de Bezana se presenta en la siguiente figura:

Saldo migratorio



El Saldo migratorio interior se distribuye entre edad y sexo, en base a la distribución de la población que sobrevive del año t-1 y que mantiene su residencia en el año t.

Reparto del saldo entre municipios para los recién nacidos por sexo del nacido

$$s_{i,s,0}^t = \frac{((\sum_i f_{h,s,x}^t \cdot P_{i,s,x}^{t-1}) - (\sum_i f_{h,s,x}^t \cdot P_{i,s,x}^{t-1} \cdot \sum_i m_{h,s,0}^{t+1}) + (\sum_i f_{h,s,x}^t \cdot P_{i,s,x}^{t-1} \cdot \sum_i (EI_{h,s,0}^{t-1} + EE_{h,s,0}^{t-1}))) \cdot s_i^t}{\sum_i ((P_{i,s,x}^{t-1} - (P_{i,s,x}^{t-1} \cdot m_{h,s,x}^{t+1})) + (P_{i,s,x}^{t-1} \cdot (EI_{h,s,x}^{t-1} + EE_{h,s,x}^{t-1})))}$$

$s_{i,s,0}^t$ Saldo interior del municipio i de nacidos de sexo s a 1 de enero del año t.

s_i^t Saldo interior del municipio i del año t.

$EI_{h,s,0}^{t-1}$ Emigración desde la provincia h (Cantabria) al resto de España de los recién nacidos de sexo s a 1 de enero del año t-1.

$EE_{h,s,0}^{t-1}$ Emigración desde la provincia h (Cantabria) al extranjero de los recién nacidos de sexo s a 1 de enero del año t-1.

$EI_{h,s,x}^{t-1}$ Emigración desde la provincia h (Cantabria) al resto de España de las personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t-1.

$EE_{h,s,x}^{t-1}$ Emigración desde la provincia h (Cantabria) al extranjero de las personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t-1.

Reparto del saldo entre municipios para resto de la población por edad y sexo

$$Si_{i,s,x}^t = \frac{(P_{i,s,x}^{t-1} - (P_{i,s,x}^{t-1} \cdot m_{h,s,x}^{t+1})) + (P_{i,s,x}^{t-1} \cdot (EI_{h,s,x}^{t-1} + EE_{h,s,x}^{t-1})) \cdot Si_i^t}{\sum_i ((P_{i,s,x}^{t-1} - (P_{i,s,x}^{t-1} \cdot m_{h,s,x}^{t+1})) + (P_{i,s,x}^{t-1} \cdot (EI_{h,s,x}^{t-1} + EE_{h,s,x}^{t-1})))}$$

Si_i^t Saldo interior del municipio i del año t.

$Si_{i,s,x}^t$ Saldo interior del municipio i de las personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

$EI_{h,s,x}^{t-1}$ Emigración desde la provincia h (Cantabria) al resto de España de las personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t-1.

$EE_{h,s,x}^{t-1}$ Emigración desde la provincia h (Cantabria) al extranjero de las personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t-1.

3.2 Cálculo Proyecciones Municipios

Una vez estimados los diferentes parámetros de la ecuación compensadora para cada uno de los 102 municipios de Cantabria, se obtiene una cifra de población para cada municipio en horizonte de proyección.

En primer lugar, se calculan los nacidos para cada año que sobreviven al nacimiento y continúan su residencia en el municipio, y posteriormente los residentes de 1 año o más proyectados para cada sexo y generación.

Nacidos durante al año t+1 en el municipio i ($P_{mu,s,0}^{t+1}$)

El número de nacidos para cada año se realiza multiplicando cada generación de mujeres por su tasa de fecundidad estimada, a este primer dato de nacimientos se les resta la mortalidad infantil estimada a partir de la mortalidad registrada para la región, se les añade el saldo migratorio también estimado con los parámetros provinciales, y el saldo interior entre municipios.

$$P_{i,s,0}^{t+1} = (\sum_i f_{h,s,x}^{t+1} \cdot P_{i,s,x}^t) - (\sum_i f_{h,s,x}^{t+1} \cdot P_{i,s,x}^t \cdot \sum_i m_{h,s,0}^{t+1}) + (\sum_i f_{h,s,x}^{t+1} \cdot P_{i,s,x}^t \cdot \sum_i mi_{h,0}^{t+1} \cdot P_{i,s,x}^t) + Si_{h,0}^{t+1}$$

$f_{h,x}^{t+1}$ Tasa específica de fecundidad de mujeres de la provincia h (Cantabria) de edad x a 1 de enero del año t+1.

$m_{h,s,0}^{t+1}$ Tasa de mortalidad infantil de la provincia h (Cantabria) de sexo x a 1 de enero del año t+1.

$P_{mu,s,x}^t$ Población residentes en el municipio i de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

$mi_{h,s,0}^{t+1}$ Tasa de migración infantil de la provincia h (Cantabria) para personas de sexo s a 1 de enero del año t+1.

$Si_{i,s,0}^{t+1}$ Saldo interior del municipio i de nacidos de sexo s a 1 de enero del año t+1.

Una vez que ya se dispone de los nacimientos se proyecta el resto de la población.

Población sin nacidos por municipio i en el año t+1 ($P_{i,s,x+1}^{t+1}$)

La población para cada sexo y generación, a excepción de los nacidos, en cada municipio, es el resultado de restar a la población de una generación en el año anterior, t , las defunciones estimadas para ese sexo y generación, y de sumarle el saldo migratorio total estimado y el saldo interior estimado para el año $t+1$.

$$P_{i,s,x+1}^{t+1} = P_{i,s,x}^t - (P_{i,s,x}^t \cdot m_{h,s,x}^{t+1}) + (P_{i,s,x}^t \cdot mi_{h,s,x}^{t+1}) + SI_{i,s,x}^{t+1}$$

$m_{h,s,x}^{t+1}$ Tasa de mortalidad de la provincia h (Cantabria) de personas de edad x a 1 de enero del año t+1.

$P_{i,s,x}^t$ Población residentes en el municipio i de sexo s y edad x a 1 de enero del año t.

$mi_{h,s,x}^{t+1}$ Tasa de migraciones de la provincia h (Cantabria) para personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t+1.

$SI_{i,s,x}^t$ Saldo interior del municipio i de personas de sexo s y edad x a 1 de enero del año t+1.

Población total municipio i en el año t+1 ($P_{mu,s,x+1}^{t+1}$)

La cifra total para cada municipio se obtiene sumando las proyecciones para cada sexo y generación, con el número de nacidos de cada sexo proyectado para cada año del periodo proyectado.

$$P_{i,x+1}^{t+1} = \sum_{i,s,x} P_{i,s,x}^{t+1} + P_{i,s,0}^{t+1}$$

4. BIBLIOGRAFÍA

INE (2016). Proyecciones de la Población de España 2016-2066. http://www.ine.es/inebaseDYN/propob30278/docs/meto_propob_2016_2066.pdf

Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía. Memoria Técnica de la Actividad "Sistema de proyecciones de población".

<https://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/proyecciones/metodologia/MT010106.pdf>

GÓMEZ, M. (2007). Métodos Matemáticos para las Ciencias de la Salud. Curso 2007/08.

Reques Velasco, P. (2006). Geodemografía. Fundamentos conceptuales y Metodológicos. Santander, Servicio de Publicaciones, Universidad de Cantabria.

Vinuesa, J., Zamora, F., Gènova, R., Serrano, P., Recaño, J. (1994). 9. Demografía. Análisis y proyecciones. Madrid, Editorial Síntesis, S.A. 366 pp.

Zeng Yi, Wang Zhenglian, Ma Zhongdong y Chen Chunjun. (2000). "A simple method for projecting or estimating α and β : An extension of the Brass Relational Gompertz Fertility Model", Population Research and Policy Review 19. pp 525-549.